

Rechnen mit Gefühl

Wie Mathematik und Intuition zusammenspielen

Autor: Adolf Stock

Sendung swr2 eckpunkt: Samstag 30.09.2006, 8.30 Uhr

(Ich habe die Begleitangaben zur Sendung gelöscht und den Text markiert. Margret Sprengart)

*Kinder haben keine Probleme zu verstehen, dass Acht größer als Sieben ist. Aber Kinder haben große Probleme damit, zu verstehen dass Fünffachtel kleiner ist als Fünfsiebteil. Plötzlich ist Acht kleiner als Sieben, weil man jetzt eben nicht mehr die **Zahl absolut** sieht, sondern das **Verhältnis zwischen zwei Zahlen** betrachtet.*

Warum kann eine größere Zahl plötzlich auch kleiner sein? Wieso ist Fünffachtel kleiner als Fünfsiebteil, und Eins Komma Zwei größer als Eins Komma Zwölf?

Spätestens an diesem Punkt beginnen für viele Schüler die Schwierigkeiten im Mathematikunterricht. Einfache Zahlen zu addieren ist hingegen für Kinder meist kein Problem. Wir Menschen haben eine natürliche Begabung, numerische Größen, Mengen und geometrische Objekte zu unterscheiden, und ein intuitives Verständnis für einfache mathematische Zusammenhänge. Doch genau das kommt in der Schule oft zu kurz.

Dieses mathematische Grundverständnis ist eine Arten übergreifende Begabung, sagt **Elsbeth Stern vom Max-Planck-Institut für Bildungsforschung in Berlin**. Nicht nur Kinder, sondern auch Schimpansen, Tauben oder Ratten haben ein angeborenes Vermögen, Mengen grob zu erfassen, rudimentär zu zählen und schlichte geometrische Figuren zu unterscheiden. Das ist ein Ergebnis der Evolution: Denn Tiere müssen zum Beispiel abschätzen können, ob ein anderes Rudel größer oder kleiner ist als das eigene – je nachdem machen sie sich entweder auf die Flucht oder greifen an.

Bei einigen hoch entwickelten Tieren weist der Aufbau des Gehirns verblüffende Ähnlichkeiten zu dem des Menschen auf. In seinem Buch „Der Zahlensinn“ erklärt der französische Mathematiker und Hirnforscher Stanislas Dehaene, mit welchen speziellen „mental Organen“ uns die Evolution ausgestattet hat:

Eines dieser spezialisierten mentalen Organe ist ein primitiver Prozessor für Zahlen, der das Rechnen, wie es in unseren Schulen gelehrt wird, vorwegnimmt, ohne ganz das Gleiche zu leisten.

Dass dieser „**Zahlensinn**“ wirklich angeboren ist, belegen Kulturen, in denen es keine mathematische Bildung gibt. Zum Beispiel der Stamm der Pirahã, der im Amazonasgebiet lebt. Die zweihundert, höchstens dreihundert Menschen haben eine eigene Sprache; ihre Zahlwörter lauten „ungefähr eins“, „ungefähr zwei“ und „viele“. Exakt zählen können die Pirahã nicht, wie der britische Linguist Daniel Everett in den 1980er Jahren herausfand. Aber sie behelfen sich mit geschätzten Mengenangaben – und bestehen ihren Alltag damit durchaus erfolgreich. Mal ist der tägliche Fischfang „gut“ oder „schlecht“, an manchen Tagen wurden „viele“ und an anderen Tagen „wenige“ Fische gefangen. Wenn die Pirahã auf etwas zeigen, benutzen sie nicht ihre Finger, sondern Hände und Füße. Das ist insofern ungewöhnlich, weil Kinder in der Regel ganz spontan ihre Finger benutzen, wenn sie beginnen, Dinge in ihrer Umgebung wahrzunehmen. So fangen sie schon früh an zu zählen, und dabei sind die zehn Finger schon ein natürlicher Hinweis auf das numerische Zahlensystem. Doch prinzipiell gilt auch für sie, was Stanislas Dehaene in seinem Buch „Der Zahlensinn“ so beschreibt:

In der Grundschule lernen unsere Kinder moderne Mathematik mit einem Gehirn, das ursprünglich das Überleben in der afrikanischen Savanne ermöglichen half.

Kompliziertere Rechenoperationen wie **Subtraktion** oder das **Rechnen mit Brüchen** sind für Mensch und Tier **intuitiv nicht nachvollziehbar**. Jenseits der einfachen Addition und grob geschätzter Mengenangaben ist die Mathematik ein künstlich geschaffenes Regelwerk, das wir wie eine Fremdsprache erlernen müssen.

Noch die **Römer** hatten ein eher einfaches Zahlensystem. Damit konnten sie zwar zählen, aber moderne Mathematik war mit diesem **additiven System** nicht möglich. Dazu bedurfte es eines numerischen Stellensystems mit der Basis 10, das erst mit der Erfindung der Null möglich wurde. Um überhaupt mathematisch denken zu können, müssen Schüler das Wesen der Ziffer Null verstehen, die zwar eine real nicht vorhandene Zahl symbolisiert, aber dennoch für Rechenoperationen unabdingbar ist. Das numerische Stellensystem ist eine Hürde, an der viele Schüler im Mathematikunterricht scheitern.

*Stellensysteme sind natürlich ein Problem, weil eben nicht mehr die Zahl absolut gesehen werden muss, sondern **man muss einbeziehen, an welcher Stelle sie steht**. Und das erfordert eine zusätzliche geistige Leistung, über die man erst Konventionen treffen musste, die nicht eingängig sind. Und das macht natürlich die Mathematik schwer, und das kann ein Kind für sich selbst eben nicht mehr erfinden, da muss es spezielle Übungsgelegenheiten kriegen, um das eben zu lernen.*

Entsprechend verwirrend ist es, wenn einem genial begabten Schüler die Regeln der Mathematik ganz ohne Mühen zur Verfügung stehen. In seinem Roman „Die Vermessung der Welt“ hat Daniel Kehlmann so einen Fall beschrieben. Kehlmann erzählt, wie es dem Mathematikgenie **Carl Friedrich Gauß** als achtjährigem Schüler im Unterricht ergangen ist. Der Lehrer in der Schule hieß Büttner und prügelte gern. Am liebsten stellte er ihnen Aufgaben, an denen sie lange arbeiten mussten und die trotzdem kaum ohne Fehler zu lösen waren, so dass es zum Schluss einen Anlass gab, den Stock hervorzuholen. Büttner hatte den Schülern aufgetragen, alle Zahlen von eins bis hundert zusammenzuzählen. Das würde Stunden dauern, und es war beim besten Willen nicht zu schaffen, ohne irgendwann einen Additionsfehler zu machen, für den man bestraft werden konnte. „Na los“, hatte Büttner gerufen, „keine Maulaffen feilhalten, anfangen, los!“ Später hätte Gauß nicht mehr sagen können, ob er an diesem Tag müder gewesen war als sonst oder einfach nur gedankenlos. Jedenfalls hatte er sich nicht unter Kontrolle gehabt und stand nach drei Minuten mit seiner Schiefertafel, auf der nur eine einzige Zeile geschrieben war, vor dem Lehrerpult. So, sagte Büttner und griff nach dem Stock. Sein Blick fiel auf das Ergebnis, und seine Hand erstarrte. Er fragte, was das solle.

Fünftausendfünfzig.

Was?

Gauß versagte die Stimme, er räusperte sich, er schwitzte. Er wünschte nur, er wäre noch auf seinem Platz und rechnete wie die andern, die mit gesenktem Kopf dasaßen und taten, als hörten sie nicht zu. Darum sei es doch gegangen, eine Addition aller Zahlen von eins bis hundert. Hundert und eins ergebe hunderteins. Neunundneunzig und zwei ergebe hunderteins. Achtundneunzig und drei ergebe hunderteins. Immer hunderteins. Das könne man fünfzig Mal machen. Also fünfzig Mal hunderteins.

Carl Friedrich Gauß war ein mathematisches Naturtalent. Er hatte ein räumliches Vorstellungsvermögen, mit dessen Hilfe er mathematische Probleme spontan erfassen

und lösen konnte, während seine Altersgenossen stumpfsinnig und lange addieren mussten.

Normalerweise ist das menschliche Gehirn keine gut funktionierende Rechenmaschine. Hirnforscher können erläutern, **dass sich schon bei einer einfachen Subtraktion mehrere Bereiche im Gehirn vernetzen und zusammenarbeiten müssen**, um zu dem gewünschten Ergebnis zu kommen. Im menschlichen Gehirn gibt es kein Rechenzentrum, sondern nur ganz unterschiedliche Lokalisationen, die das numerische Rechnen unterstützen.

Doch damit nicht genug. Auch die Muttersprache kann sich als Hemmschuh beim Mathematikunterricht erweisen. So werden **auf Deutsch** die Zahlen von **13 bis 99 von rechts nach links gesprochen**. Diese verdrehten Zahlen erschweren das Kopfrechnen in einer nach rechts ausgerichteten Welt.

Angesichts all dieser Schwierigkeiten bemühen sich Mathematikdidaktiker immer wieder darum, den Unterricht besser auf das kindliche Rechenvermögen abzustimmen. Doch lange Zeit waren die Ausgangsbedingungen dafür eher schlecht. Die Pädagogik orientierte sich stark an der Theorie des Entwicklungspsychologen **Jean Piaget**, der einen strengen Konstruktivismus vertrat. Demnach ist der Kopf des Kindes ein unbeschriebenes Blatt, das über einen langen Zeitraum erst nach und nach die Regelmäßigkeit der Außenwelt verinnerlicht. Diese – offensichtlich falsche – Grundannahme verhindert, dass sich Schüler mathematisches Wissen spielerisch und intuitiv aneignen können. Stattdessen werden ihnen schematisch Rechenoperationen und mathematische Formeln beigebracht. Ein grundlegendes Verständnis für Mathematik bleibt dabei auf der Strecke, sagt die Lernforscherin Elsbeth Stern.

*Man ging davon aus, dass die Kinder, wenn sie eben diese Regeln lernen, wenn sie das anwenden, dass sie dann auch ein Zahlverständnis entwickeln. Und manche tun das auch, aber viele Kinder lernen auch solche Operationen zwar anzuwenden und häufig auch fehlerfrei, aber dass, was man sich gewünscht hat, dass ein Zahlenverständnis da sozusagen nebenbei mit erworben wird, das ist leider nicht immer so der Fall. Und hier bräuchten Kinder einfach mehr Unterstützung, dass sie wirklich sozusagen **den Zahlenraum als Konzept lernen** und nicht einfach nur Operationen lernen, was muss ich machen bei der Subtraktionsaufgabe, wenn oben die Zahl kleiner ist als die untere Zahl?*

Viel Zeit habe man in Deutschland mit halbverstandenen Prozeduren der Multiplikation und Subtraktion vertan, kritisiert Elsbeth Stern, anstatt **an den intuitiven Zahlensinn anzuknüpfen** und den Kindern wirklich mathematisches Verständnis beizubringen. Doch langsam verändert sich etwas:

*Wir haben mancherorts eine tolle Mathematikdidaktik in Deutschland, die jetzt endlich Gehör findet. Es gibt das Programm Sinus-Transfer, wo es eben wirklich genau auf verschiedenen Altersstufen darum geht, die Mathematik veranschaulicht zu verstehen, verankert in der Welt, aber schon eben mit den Prinzipien der Mathematik. Und da spielt dann eben auch so die **räumlich-visuelle Veranschaulichung** eine große Rolle, dass man eben sieht, man kann mathematische Konzepte in Zahlen ausdrücken, man kann sie auch in schematischen Zeichnungen ausdrücken und so weiter. Und das ist eigentlich der Weg, hier eben stärker die Mathematik konzeptuell zu verstehen, sie in der Erfahrung zu verankern, aber auch gleichzeitig natürlich ihren eigenen Charakter zu erhalten, **also nicht einfach runter gebrochen auf den Alltag**, sondern es geht schon darum, die Mathematik zu verstehen.*

Ein guter Mathematikunterricht darf die intuitiven und emotionalen Fähigkeiten der Schüler nicht missachten, sagen auch Wissenschaftler wie der französische Mathematiker und Hirnforscher Stanislas Dehaene. Sonst wird der Graben zwischen dem natürlichen Verständnis und dem Regelwerk der Mathematik nur künstlich vertieft.

Stanislas Dehaene und seine amerikanischen Kollegen haben nicht nur den natürlichen Umgang mit Zahlen erforscht. In ihrer neusten Studie sind sie noch einen Schritt weiter gegangen.

For many years now we've been exploring...

Seit vielen Jahren forschen wir an dem Ursprung eines mathematischen Denkens im menschlichen Gehirn. Dazu haben wir das Konzept der Geometrie untersucht. Wir wollten herausfinden, ob es tatsächlich eine Art Grundverständnis für Geometrie gibt, das unabhängig von Kultur, Sprache und Bildung existiert.

...culture and education.

Um herauszufinden, ob es auch für geometrisches Wissen eine natürliche Veranlagung gibt, sind die Forscher in das Amazonasgebiet zum Stamm der Mundurukú gefahren. Die etwa 7000 Menschen leben in einem geschlossenen Gebiet im brasilianischen Bundesstaat Pará und kennen keine Begriffe für geometrische Figuren. Stanislas Dehaene und seine Kollegen konfrontierten die Bewohner mit ganz unterschiedlichen geometrischen Testaufgaben. Zum Beispiel sollten sie von sechs Figuren diejenige benennen, die nicht zu anderen passt. Bei einer anderen Aufgabe verliefen mehrere Linien gerade, während eine Linie leicht gekrümmt war. Oder es sollte jener Kreis gefunden werden, bei dem der Punkt nicht symmetrisch in der Mitte lag.

When we compared the Munduruku-children and the...

Als wir die Ergebnisse der Mundurukú-Kinder mit denen der Erwachsenen verglichen, sahen wir praktisch keine Unterschiede. Danach haben Kollegen von uns das gleiche Experiment im amerikanischen Harvard gemacht, und erstaunlicherweise waren die Ergebnisse zumindest bei den Kindern identisch. Lediglich die Erwachsenen schnitten aufgrund ihrer Schulbildung etwas besser ab. Bei beiden Untersuchungen konnten wir jedoch Korrelationen erkennen. Das ist für uns der eindeutige Beweis für die Existenz von universellem geometrischem Grundverständnis in beiden Populationen.

... in both populations.

Die Mundurukú können einfache geometrische Muster und Konzepte verstehen, ohne sie jemals gelernt zu haben und ohne sie sprachlich benennen zu können.

Technische Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal oder Kompass kennen sie nicht. Auch Wörter wie „Gerade“, „Parallele“ oder „Winkel“ sind den Stammesbewohnern fremd, denn die Mundurukú haben so gut wie keine Schulbildung.

Ich denke, dass sich diese Fähigkeit schon lange im menschlichen Gehirn etabliert hat. Sie ermöglicht uns seit Millionen von Jahren, in der dreidimensionalen Umwelt – die ja auch aus unzähligen geometrischen Figuren besteht – zu überleben. Das ist keine neue Erfindung, denn auch schon unsere Vorfahren mussten sich in der gleichen Umwelt zurechtfinden.

... where our ancestors lived in.

Offenbar sind also auch ein geometrisches Grundverständnis und die Fähigkeit, sich im Raum zu orientieren, angeboren. Ein differenzierteres Verständnis für **Raumhöhen**,

Proportionen und Perspektiven entwickelt sich jedoch erst im Laufe der Zeit. Kleine Kinder identifizierten sich zunächst **mit den Räumen, in denen sie leben**, weil sie noch nicht genügend abstrahieren können. Sie nehmen ihre räumliche Umgebung nicht als etwas Äußerliches wahr, sondern fühlen sich als ein Teil von ihr. Die Kinder leben in einer Welt, in der Imagination und Wirklichkeit unentwirrtbar zusammengehören, und erst später wird es ihnen gelingen, Räume und Objekte abstrakt wahrzunehmen. Und manchmal fällt es selbst älteren Schülern noch schwer, räumliche Besonderheiten angemessen auf den Begriff zu bringen.

Entwicklungspsychologen glauben daher, dass die Konfrontation mit vielen unterschiedlichen Räumen weitaus kindgerechter ist als eine wohlbehütete Umgebung, in der sich so gut wie nie etwas verändert. Kinder und Jugendliche sollten möglichst viele Räume kennen lernen um ihren Erfahrungshorizont zu erweitern. Doch für eine **Kultur des Raumempfindens** gibt es keine ernst zu nehmende Lobby - obwohl gerade hier der Ursprung für die **Kompetenz bei ästhetischen Fragen** liegt.

Zahlensinn, Raumempfinden, geometrische Grundfähigkeiten – all dies sind wesentliche Grundlagen für ein mathematisches Verständnis. Doch obwohl Geometrie und Mathematik auch auf Intuition beruhen, gibt es in der Schule zwischen beiden oft eine künstliche Kluft. Die intuitive Erfahrung wird in vielen Fällen schlicht und einfach „outgesourct“:

Das ist eine sehr schöne Metapher mit ‚Outsourcing‘, dass überhaupt diese Trennung zwischen Geometrie und der anderen Mathematik und dem Rechnen, wie ich das auch noch in meiner Schulzeit erlebt habe. Da fass ich mich heute an den Kopf. Manche Kinder sagten auch richtig: Ja die Geometrie kann ich, Rechnen kann ich nicht, aber das heißt natürlich nur, dass man die Mathematik nicht verstanden hat. Der Witz der Mathematik besteht ja gerade darin, dass man eben beides zusammenbringt, dass ich eben weiß: mit dem Graphen einer linearen Funktion entspricht die Steigung eben dem Grad der Veränderung, das ist wiederum der Quotient aus der Variablen auf der X-Achse und der Y-Achse. Und alle diese Dinge, wie ich eben einerseits numerisch und andererseits räumlich-visuell etwas abbilden kann, das macht gerade das mathematische Verständnis aus.

Dabei lässt sich das intuitive Wissen für den Mathematikunterricht fruchtbar nutzen. **So sollte schon sehr früh mit dem Zahlenstrahl gearbeitet werden**, damit Kinder lernen, dass bestimmte Einteilungen auf einem Strich oder einem Stock bestimmten Zahlen entsprechen. So kann ein Stück Seil die Zahl Zehn symbolisieren, die Hälfte bedeutet dann fünf und so weiter, sagt Lernforscherin Elsbeth Stern.

*Also diese Fähigkeit, einfach Zahlen auf den Raum abzubilden, die kann ich schon im Kindergarten trainieren, oder dass man Textaufgaben, dass man die räumlich veranschaulicht. Das wird sträflich vernachlässigt bei uns. Wenn, dann wird das sehr konkretistisch gemacht, das heißt wenn Hasen vorkommen, dann malen die Kinder stundenlang die Ohren von Hasen aus, anstatt eben wirklich **die Struktur einer Textaufgabe räumlich visuell zu veranschaulichen***

Dabei gibt es in der Mathematikdidaktik viele Ideen, wie sich die unterschiedlichsten Textaufgaben räumlich-visuell veranschaulichen lassen. Doch ist das eher selten Teil der Lehrerbildung. Eine vertane Chance, zumal die Mathematik voller Herausforderungen steckt, wenn man sie mit Kindern in der Realität verankern will:

Ich kann mir hypothetische Situationen vorstellen. Die Aufgabe: Es sind 25 Kinder, ich habe 2 Busse, wie viel Kinder kommen in jeden Bus? Da kann ich sagen 12,5, obwohl ich einerseits weiß, es gibt kein halbes Kind. Ich muss dann zur Lösung 12 und 13 kommen. Aber ich kann auch sagen, rein rechnerisch wäre dann 12,5, aber ich muss anders vorgehen. Das heißt diese Form von mathematischen Denken, dass ich mir überlege, was kann ich in der Realität abbilden, was kann ich so nicht abbilden, das heißt wirklich: man lernt, mit der Mathematik die Welt zu verstehen. Nicht umgekehrt, dass man einfach nur mit seinem Taschengeld rechnet, das versteht man fälschlicherweise dann in Deutschland unter Anschauung, sondern dass man wirklich mathematisch anspruchsvolle Probleme bringt, die man irgendwie so in der Welt verankert, dass es für Kinder interessant ist, und dass sie damit mathematische Prinzipien verstehen.

Manche mathematisch hochbegabte Menschen „kennen sich auf dem Zahlenstrahl besser aus als in ihrem eigenen Garten“, schreibt der Hirnforscher und Mathematiker Stanislas Dehaene. Das galt übrigens auch für Albert Einstein, der sich die komplizierten Beziehungen von Zahlen räumlich vorgestellt hat. Offensichtlich besteht eine **enge Beziehung zwischen mathematischer Begabung und Raumwahrnehmung**. „Fast sei es so“, schreibt Stanislas Dehaene, „als ob sie ein und dieselbe Fähigkeit betreffen“. Wie zwei Menschen in einer mathematischen Zahlenlandschaft leben können, die sie emotional hoch besetzen, beschreibt der britische Schriftsteller und Neurologe Oliver Sacks in seinem Roman „Der Mann, der seine Frau mit einem Hut verwechselte“.

Sie beschwören seltsame Zahlenszenen, in denen sie sich wie zu Hause fühlen; sie wandern ungezwungen durch riesige Zahlenlandschaften; sie erschaffen wie Dramatiker eine ganz Welt von Zahlen. Vermutlich verfügen sie über eine einzigartige Phantasie – zu deren Besonderheit es gehört, dass sie sich ausschließlich in Zahlen entwickelt. Anscheinend handhaben sie Zahlen nicht wie ein Rechner. Sondern sie sehen sie unmittelbar, ikonisch, wie eine gewaltige Naturszene.

Mathematische Probleme werden besser verständlich, wenn man sie visuell veranschaulicht und mit Zahlensträngen und Grafiken arbeitet. Mit solchen Darstellungsformen und dem intuitiven Raumempfinden hat sich auch der kürzlich verstorbene Hirnforscher Detlef E. Linke befasst. Dabei sind ihm Dinge aufgefallen, die weit über das enge Verhältnis von Mathematik und Geometrie hinausgehen.

*Ja ich meine, das hat man ja auch in den Höhlenzeichnungen gesehen, dass die **Strichrichtung von links unten nach rechts oben geht**, und dass das eine weitgehende Konstante ist, und dass eine gegenläufige Bewegung etwas dem eigenen Empfinden widerspricht. Ich habe bei Studenten Zeichnungen über gewisse Rechts-Links-Verhältnisse machen lassen, also Fragen wie ‚Malen Sie mal eine Landschaft mit Sonne, malen Sie, wie jemand von einem Felsen herabstürzt!‘, zu welcher Seite geht das? Es ist auch so, dass da in dem Fall der Sturz eher nach rechts gezeichnet wurde. Es fällt auf, dass es da eben doch Statistiken gibt, und solche Statistiken ergeben sich auch beim Profilzeichnen. Einen Befund gibt es in die Richtung, nämlich den, **dass Schriften, die vokalisiert werden**, wo also die Vokale mitgeschrieben werden, doch dann im Allgemeinen auch **von links nach rechts entwickelt werden**. Einzige Ausnahme ist das Äthiopische, das von rechts nach links geht, obwohl es vokalisiert ist.*

Wenn wir Mathematik geometrisch betrachten, folgen wir vielen Konventionen und fest verankerten Mustern. Die Links-Rechts-Ausrichtung ist nur eine davon. Der Herzog von Braunschweig hat solche komplexen Zusammenhänge nicht verstanden. Daniel Kehlmann beschreibt in seinem Roman „Die Vermessung der Welt“, wie das

junge mathematische Genie Carl Friedrich Gauß dem Herzog vorgestellt wird, weil Hofrat Zimmermann – Professor an der Göttinger Universität – auf ein Stipendium für seinen Zögling hofft.

Gauß machte die Verbeugung, die man ihm beigebracht hatte.

Rechne was, sagte der Herzog.

Gauß hustete, ihm war heiß und schwindlig. Die Kerzen verbrauchten fast die ganze Luft. Er sah in die Flammen, und plötzlich wurde ihm klar, dass Professor Lichtenberg Unrecht hatte und die Phlogistonhypothese unnötig war. Es war kein Lichtstoff, der brannte, sondern die Luft selber.

Mit Verlaub, sagte Zimmermann, da liegt ein Missverständnis vor. Der junge Mann sei kein Rechenkünstler. Im Gegenteil, er sei nicht einmal sehr gut im Rechnen. Doch Mathematik habe, wie seine Hoheit natürlich wisse, nichts mit Additionskunst zu tun. Vor zwei Wochen habe der Junge, ganz auf sich gestellt, Bodes Gesetz der Planetenentfernungen abgeleitet, danach zwei ihm unbekannte Theoreme Eulers neu entdeckt. Auch zur kalendarischen Arithmetik habe er Erstaunliches beigetragen: Seine Formel zur Berechnung des Osterdatums finde mittlerweile in ganz Deutschland Verwendung. Seine Leistungen in Geometrie seien außerordentlich.

Also werde jetzt nicht gerechnet, fragte der Herzog.

Leider nein, sagte Zimmermann.

Na ja, sagte der Herzog enttäuscht. Dann solle er das Stipendium trotzdem haben. Und wiederkommen, wenn er etwas vorzeigen könne.

Später hat Gaus die Umlaufbahn eines Planeten berechnet. Das war spektakulär und vorzeigbar. Jetzt war auch der Herzog mit seinem Untertan zufrieden.

Die intuitive Raumerfahrung mit der Mathematik zu verknüpfen bleibt eine anspruchsvolle Aufgabe, bei der auch die Schulen gefordert sind. Elsbeth Stern vom Berliner Max-Planck-Institut kennt die Dimensionen.

Einen Raum zu verstehen heißt ja auch, die Gesetze der Mathematik anzuwenden. Wo ist Symmetrie, wo ist vielleicht gerade keine Symmetrie. Wie ist das Verhältnis von Länge zur Breite? Es gibt ja in der Architektur den Goldenen Schnitt, wo man sagt, es ist eine gute Proportion, das ist eine schlechte Proportion, wo man sich in der Bewertung relativ schnell einig ist, aber wo sich doch Architekten darin unterscheiden, das sieht man ja immer wieder, wie gut sie das hinkriegen. Und das ist eine Sache, die niemand in den Genen hat, sondern die alle lernen mussten, und einen Raum wirklich zu verstehen, auch mathematisch zu verstehen, muss geübt werden.

Viele Verbindungen zwischen Mathematik und anderen Lebenswelten existieren quasi im Untergrund, weil sich keiner darüber Rechenschaft gibt. Zum Beispiel wird ein Romancier gern nach dem Aufbau seines Werkes befragt. Wer etwas genauer hinschaut, entwickelt plötzlich ein Gespür dafür, wie nachhaltig **räumliche Begriffe in der Literatur** von Bedeutung sind. Das ist auch dem Schriftsteller Martin Mosebach aufgefallen.

Man spricht da vom Aufbau eines Romans. Oder man spricht von Spannungsbögen, man stellt sich Brücken vor und Bindeglieder. Das sind alles auch immer architektonische Begriffe, Motive. Natürlich auch der Sockel, auf dem sich dann etwas erhebt. Proust hat ja – obwohl ich glaube, das darin ein sehr raffinierter, kleiner, diabolischer Bluff bestand – seinen Roman als Kathedrale bezeichnet und hat damit die Exegeten dieses Buches eben dann intensivst beschäftigt, die sich seitdem dann unterhalten, was ist nun

die große Fensterrose und was ist das Querschiff, und was ist die Pendentivkuppel oder was weiß ich was dieses Buches. Also das ist natürlich auch eine raffinierte Mystifikation gewesen, und dennoch liegt es nahe, einen Roman als Gebäude zu bezeichnen. Der Thomas Mann nannte sein frühes Buch einen Fuchsbau. Das ist natürlich jetzt schon eine organischere Form. Also die Buddenbrooks, meinen Fuchsbau. In einem Netz von unterirdischen Tunneln, kann man sich auch schon vorstellen, als Bild für einen Roman.

Elsbeth Stern findet solche Bezüge ganz selbstverständlich. Sie weiß, dass **Ästhetik, Kunst und die Humanwissenschaften auf vielfältige Weise mit mathematischen Prinzipien verbunden sind.**

*Da haben wir jetzt natürlich wieder so künstliche Gräben aufgebaut, da sind wir ja Meister drin, die eben genau verhindern, dass man zwischen Mathematik- und Kunstunterricht mal eine Beziehung herstellen kann. Ich habe sehr gute Studierende in Erinnerung, die als Fächer Kunst und Mathematik hatten. Aber ob sie in Deutschland sozusagen diese Kombination so nutzen konnten, dass sie wirklich einen tollen Mathematikunterricht machen, wo die Schüler wirklich **die Schönheit der Mathematik** kennen lernen, ich hoffe es, aber ich weiß es eben nicht.*

Wahrscheinlich muss man die Frage verneinen. Dabei können uns Forscher wie Stanislas Dehaene und Elsbeth Stern lehren, dass die Mathematik mitten im Leben steht und uns hilft, die Welt besser zu verstehen.

*Ganz generell muss man einfach verstehen, **dass man mit Mathematik Dinge, Vorgänge, Ideen modellieren kann.** Dass ich eben Dinge **vorhersagen** kann: Was passiert mit meinem Taschengeld, wenn ich mir jeden Tag für einen Euro was kaufe? Und dass man einfach **hypothetisch Dinge**, die so nicht eintreten werden, mit der Mathematik **beschreiben** kann. Und das kann man auch auf fast beliebige Inhalte ausbreiten, das ist dieser Modellierungsaspekt.*

So wie bei den Stämmen im Amazonasgebiet geht es auch bei uns letztlich um die **Aneignung der Welt**. Die Natur hat uns dabei mit dem Zahlensinn und einem natürlichen Raumempfinden recht gut ausgestattet. Mathematisches und geometrisches Basiswissen sind universelle Bausteine der menschlichen Psyche. Diese natürlichen Ressourcen gilt es, in der Schule optimal zu nutzen.

Das ist wirklich der richtige Schritt in die richtige Richtung, und das muss einfach Verbreitung finden, und die Lehrer müssen auch dazu gebracht werden, wenn sie eben diesen eher schlechten Mathematikunterricht gemacht haben, dass sie davon loskommen. Das wird eine echte Herausforderung sein: Wie bringe ich Lehrer, die 20 Jahre lang ja mit Schülern einfach Formeln gebimst haben und gesagt haben, das steht doch im Lehrplan und ich hab's gemacht, wie bringe ich Lehrer dazu, Schüler mathematisch anzuregen, sodass sie wirklich Spaß dran haben, mit Mathematik in neue Welten einzusteigen?

Sagen wir es so: Mathematische Bildung muss mehr sein als die Vermittlung einer Kulturtechnik. Es geht um den bewussten Umgang mit Zahlen, und es geht auch um eine Kultivierung der Raumwahrnehmung, die uns erst die soziale und ästhetische Welt erschließt. Das wäre dann auch ein Beitrag, den schroffen Gegensatz zwischen Naturwissenschaften und Geisteswissenschaften zu mildern.

Literaturangaben:

Daniel Kehlmann: Die Vermessung der Welt. Reinbek bei Hamburg (Rowohlt Verlag) 2005

Stanislas Dehaene: **Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können.** Basel (Birkhäuser Verlag) 1999

Oliver Sacks: Der Mann, der seine Frau mit einem Hut verwechselte.