



Wahlmodul 125

Wissen vernetzen und Routine erwerben in Naturwissenschaften und Mathematik

„Übung macht den Meister“ sagt ein Sprichwort. Ohne Übung kommt niemand zur Meisterschaft, aber ohne Wissen und Erkenntnis auch nicht. Die Neurobiologie begründet Altbekanntes, aber in der Vergangenheit oft Vernachlässigtes, nämlich die Notwendigkeit des Übens. Um sich vom bloß mechanischen Üben abzusetzen, spricht die Literatur heute vom „intelligenten Üben“. Gibt es eine Übungsform im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, die dem Wesen und den Anliegen dieser Fächer besonders gerecht wird und darüber hinaus effizient und effektiv ist? Das Merkmal der Mathematik und der Naturwissenschaften, einen Sachverhalt verschiedenartig darzustellen, birgt ein großes didaktisches Potential und eröffnet viele unterrichtliche Möglichkeiten. An Beispielen wird gezeigt, wie der Wechsel der Darstellungsformen ein Grundschema des Übens und Festigens sein kann.

Ein Plädoyer für das Üben

Einmal ist keinmal! Im naturwissenschaftlichen Unterricht in Deutschland verwenden wir vergleichsweise sehr viel Unterrichtszeit auf die Erarbeitung von neuem Stoff, die uns dann beim Üben und Festigen fehlt. Und dann wundern wir uns, dass „der Stoff nachher nicht sitzt“, dass alles wieder „vergessen“ ist, dass wir wieder alles wiederholen müssen. Wir verhalten uns so, wie in einer schlecht geführten Fabrik, wo man am Ende feststellt, dass das Produkt Mängel aufweist, die kosten- und zeitaufwändig behoben werden müssen. Stattdessen sollten wir vom Ende her denken, indem wir das Üben und Festigen von vornherein mitdenken und einplanen.

Für dieses Vorgehen gibt es gehirnbioologische Gründe:

1. Auch wenn im Unterricht das Neue verstanden wurde, ist es damit noch längst nicht gespeichert. Hierfür muss der Inhalt in einem Zeitraum von bis zu drei Tagen erneut in den Horizont des Schülers gelangen. Üblicherweise werden hierfür Hausaufgaben aufgetragen, welche die Schüler veranlassen, sich an den Stoff der Unterrichtsstunde zu erinnern. Stimmen die übrigen Randbedingungen des Lernens, werden die Inhalte im Tiefschlaf abgespeichert.
2. Damit ist noch nicht sichergestellt, dass der abgespeicherte Inhalt auch verfügbar ist, um ihn aktiv zu erinnern und kreativ mit den Inhalten anderer Hirnregionen zu vernetzen. Der Zugriff muss ebenfalls trainiert werden, denn die Information nimmt beim Abrufen einen anderen Weg als beim Einspeichern. Somit handelt es sich um zwei getrennte Lernwege, die beide stattfinden müssen. Für den Lernweg „Zugreifen“ steht ein Zeitraum von etwa drei Wochen zur Verfügung.

Die eingespeicherten Inhalte werden beim Erinnern erneut aktiviert und vielfältiger mit Bekanntem vernetzt. Dadurch werden die Aktivitätsmuster der Neuronennetze stabilisiert, die Erinnerungen werden haltbarer. Gleichzeitig verbessert sich die Effizienz: wir können uns zukünftig nicht nur schneller und besser an den eingespeicherten Inhalt erinnern, sondern es mindert sich auch der erforderliche Energieaufwand, wir erinnern uns müheloser. Weil die Information damit stärker präsent ist, wird sie wiederum häufiger mit neu Erlebtem vernetzt. Dieser positiv rückgekoppelte Lernprozess ist gleichzusetzen mit dem, was Bildungsforscher als „Motivation“ bezeichnen und das eigentliche Surrogat von Intelligenz ist.

Der didaktische Stellenwert des Übens

„Üben gehört zum Alltagsgeschäft allen Lernens. Üben ist Festigung von etwas, was man zu einem Teil schon kann, und Wiederholung von etwas, was man sich erhalten will.“ ([2], S. 7) Üben war lange Zeit wenig angesehen – es galt als Drill, man lehnte es ab, weil es Langeweile verursache, weil es den Schülerinnen und Schülern zu wenig Selbstständigkeit ermögliche. Heute wird der didaktische Wert des Übens nicht mehr angezweifelt, man weiß, dass Üben auch und gerade Lernen ist - Üben ist kein lästiger Zusatz, sondern eine originäre Lerntätigkeit. Richtig eingesetzt und durchgeführt ist Üben nicht demotivierend und öde, sondern motivierend und spannend:

- Wiederholendes Üben schafft Perfektion und Routine. Auch das kann sehr befriedigend wirken.
- Verständiges und intelligentes Üben ist motivierend.
- Üben macht in besonderem Maße Kompetenzzuwachs erfahrbar. Nichts ist befriedigender als zu merken, kompetenter geworden zu sein. Erfolge befriedigen und gelingendes Üben schafft Erfolge.
- Üben ist eine Quelle für Methodenvielfalt.

Es werden zwei Grundformen des Übens unterschieden:

- Das „*einschleifende*“ Üben schafft durch Routine ein hohes Maß an Zuverlässigkeit. Es dient u.a. der Automation und gibt dem Schüler Sicherheit. Es ist eine notwendige Voraussetzung für das Lernen im Fach und um die Effizienz zu steigern. Dies gilt insbesondere für expertenhafte Lerner, für besonders begabte Schülerinnen und Schüler. Dabei empfiehlt es sich, vom angeleiteten Üben zum selbstständigen Üben voranzuschreiten.
- Das *verständige* Üben reflektiert das Tun und verankert das Geübte in vorhandene Wissensstrukturen, transferiert und variiert. Das gibt dem Schüler Sicherheit und "macht frei für die Möglichkeiten der Zukunft". Es ist notwendige Voraussetzungen für das *Verstehen* im Fach und ganz besonders bedeutsam für novizenhafte Lerner (vgl. Modul123 Erklären, F9)

In beiden Übungsformen gilt: *Üben heißt Wiederholen*. Die Wiederholung dient der Ausbildung eines gesicherten und mühelos verfügbaren Wissens. Das Durcharbeiten erzeugt Klarheit und Beweglichkeit, es konsolidiert das Wissen (vgl. [3], S. 326).

Die kulturabhängige Einstellung zum Üben ist interessant. So haben Helmke und Schrader (vgl. [4]) festgestellt, dass Schüler und Studierende in westlichen Ländern das Wiederholen eher als Mittel zur Festigung und Sicherung von bereits Verstandenem nutzen, während bei asiatischen Lernenden das Wiederholen, Einprägen und Memorieren bereits im frühen Stadium des Lernprozesses mit großer Ausdauer eingesetzt werden, um den Lerninhalt zu verstehen.

Üben in verschiedenen Phasen

Den Übungen muss immer die Erarbeitung des Wissens und der einzuübenden Fähigkeiten und Fertigkeiten *vorangehen*.

In verschiedenen Phasen kann und muss das Üben unter verschiedenen Gesichtspunkten stattfinden.

- *In der Einstiegsphase* können wiederholende Übungen dazu genutzt werden, den Gegenstand erneut in den Horizont der Schüler zu rücken, Vorwissen (deklaratives Wissen) zu aktivieren, bereits Gelerntes zu sichern.
- *In der Erarbeitungsphase* wird vor allem Methodenwissen implizit wiederholt: die Schülerinnen und Schüler verbalisieren das Problem der Stunde, schlagen dazu Lösungswege vor (z.B. Analyseschritte, Sachverhalte in verschiedene Darstellungsformen zu übersetzen - aus einem Text eine Mindmap erstellen, zu einer Tabelle einen Text zu verfassen, ...)
- *In der Sicherungsphase* dient das Üben dem wiederholenden Durcharbeiten des Gelernten, so dass es in einer weiteren Schleife gesichert wird.

In der *Festigungsphase* schließlich geht es um das Einschleifen und das Automatisieren. In der erfolgreichen und wiederkehrenden Anwendung kann das eintreten, was Bollnow (vgl. [5]) „*die Freude am vollkommenen Können in der Übung*“ nennt. Diese Erfahrungen können neurobiologisch erklärt werden: „Das Gehirn trachtet immer danach, Dinge zu automatisieren, Gewohnheiten auszubilden, und besetzt dies mit deutlichen Lustgefühlen. Es macht den meisten Leuten Spaß, Dinge effizient und mit Routine zu tun – Experten zu sein. Am Bewährten festzuhalten, vermittelt zudem das Gefühl der Sicherheit und Geborgenheit und reduziert die Furcht vor der Zukunft. Jede Verhaltensänderung stellt ja ein gewisses Risiko dar.“ (vgl. [6]) Allerdings neigen Menschen, die wenig offen sind für Neues, dazu sich zu überschätzen und erste Kenntnisse bereits für das Ganze zu übernehmen. Solche Verständnisillusionen gilt es beim Üben aufzudecken.

Das Üben in der Festigungsphase schafft die Beweglichkeit, die erst den Transfer ermöglicht. Untersuchungen zeigen, dass Transfereffekte seltener sind als angenommen. Ein Grund mag darin

liegen, dass sich diese erst ab einem gewissen Können einstellen. Dazu ist das Üben eine unabdingbare Voraussetzung.

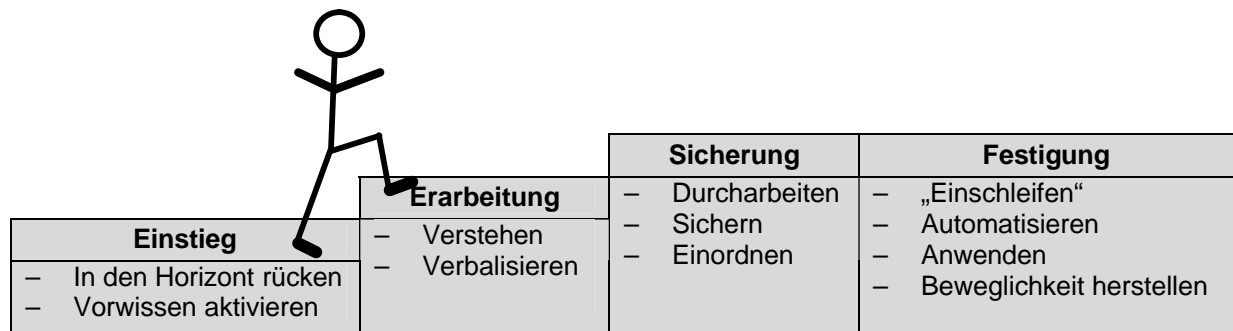


Abb. Üben in verschiedenen Phasen

Hausaufgaben als Ort des Übens und Wiederholens

Zu Ergebnissen der Neurobiologie über die positiven Wirkungen des Übens und Wiederholens passen die Forschungsergebnisse des Bildungsforschers Ulrich Trautwein, der feststellt, ... „dass Lehrer, die häufig Hausaufgaben aufgeben, insgesamt erfolgreicher (sind) als Lehrer, die das nicht tun“, ...es ist sogar so, ... „dass in der Schule erledigte Hausaufgaben sich weniger positiv auf Leistung und Motivation der Schüler auswirken als jene Aufgaben, die zu Hause gemacht werden“ ([7], S. 43). Gründe hierfür liegen vermutlich in der „Abgeschiedenheit“ des häuslichen Lernens; diese Situation fördert eher zum Erinnern auf, da sie sich grundlegend von den Umständen des Lernens im Klassenraum unterscheidet. Trautwein nimmt an, „dass die Schüler sich zu Hause stärker selbst organisieren müssen“, sei ursächlich für diesen Effekt. Dazu passt, dass Hausaufgaben üblicherweise umso wirksamer sind, je eigenständiger ein Kind diese erledigt: die fortwährende Einmischung von Eltern ist kontraproduktiv.

Die hohe Bedeutsamkeit von Hausaufgaben lässt uns Lehrer fragen, was hierbei zu beachten ist, um maximalen Erfolg zu erzielen. Grundsätzlich gilt es, folgende Gesichtspunkte zu beachten:

- Hausaufgaben müssen regelmäßig dazugehören.
- Die Menge hat kaum Einfluss auf den Lernerfolg, wohl aber die Häufigkeit.
- Der Schüler/die Schülerin darf weder unter- noch überfordert sein, was bedeutet, dass Hausaufgaben Raum zum Differenzieren beinhalten sollten.
- Die Erledigung muss vom Schüler als nützlich erlebt werden.
- Ganz besonders wirksam sind Hausaufgaben, wenn diese als interessant und herausfordernd aufgefasst werden.
- Unerlässlich ist, dass Schüler sich als kompetent erleben.

Schüler, die ihre Hausaufgaben regelmäßig und sorgsam erledigen, „werden strukturierter, ordentlicher, fleißiger“ ([7], S. 43).

Grundprinzipien und Gütekriterien des Übens

Die Literatur (vgl. u.a. [8], [9]) kennt eine Vielzahl von *Grundprinzipien, Maximen, Grundsätze und Regeln* des Übens. Je nach Autor sind diese ausführlicher gefasst, grundsätzlicher gehalten oder umfänglich kommentiert. Allen Ausführungen gemeinsam sind folgende Punkte:

- Übung setzt Wissen und Können voraus
- Üben braucht Übungsbereitschaft
- Üben braucht Übungserfolge
- Üben setzt Selbstständigkeit voraus und erfordert Konzentration
- Üben braucht Zeit und Ziel
- Üben braucht angemessene Verteilung und Abwechslung
- Üben benötigt Kontrolle und Bestätigung. (vgl. [2])

Hilbert Meyer spricht vom intelligenten Üben (vgl. [8], S. 104-112). Übungsphasen des Unterrichts sind danach intelligent gestaltet,

- wenn ausreichend oft und im richtigen Rhythmus geübt wird,
- wenn die Übungsaufgaben passgenau zum Lernstand formuliert werden,

- wenn die Schüler Übekompetenz entwickeln und die richtigen Lernstrategien nutzen
- und wenn die Lehrer gezielte Hilfestellungen beim Üben geben.

Intelligent gestaltete Übungsphasen sind nach [8], S. 106-107 an folgenden Merkmalen zu erkennen:

- Es wird oft, aber kurz geübt. Dafür steht ausreichend Zeit zur Verfügung.
- Es gibt gemeinsam vereinbarte, vom Lehrer und den Schülern eingehaltene Regeln (z. B. zum Zugriff auf knappe Materialien, zur Lautstärke, zum Herumlaufen usw.).
- Es herrscht eine angenehm ruhige und konzentrierte Arbeitsatmosphäre.
- Es gibt nur wenige Unterrichtsstörungen; dort, wo sie doch auftreten, werden sie von Lehrern und Schülern diskret und beiläufig behoben.
- Die Schüler haben verstanden, was sie üben sollen; und wenn doch etwas unklar ist, wenden sie sich an Mitschüler oder den Lehrer.
- Es gibt personen-, ziel- und themen- oder methodendifferenzierte Übungsaufträge.
- Es gibt ansprechende, sich selbst erklärende Übungsmaterialien.
- Die Schüler haben ihre Übematerialien (Materialien, Hefte, Lernmittel) dabei.
- Die Materialien erlauben eine Kontrolle des Lernerfolgs — allein oder im Tandem.
- Der Lehrer beobachtet die Übungsversuche und gibt einzelnen Schülerinnen und Schülern, wo dies notwendig ist, fachliche Hilfestellungen.
- Die Übungsleistungen der Schüler werden anerkannt.
- Die Hausaufgaben werden kontrolliert und gewürdigt.

Der Wechsel der Darstellungsformen als Grundform des Üben und Festigen im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht

Geübt und gefestigt wird in allen Fächern, gibt es aber eine besondere Übungsform im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht? Es ist das Merkmal dieser Fächer, dass Sie über viele sehr unterschiedliche Darstellungsformen verfügen.

- Die *gegenständliche Darstellung* ist konkret, handgreiflich. Gegenstände, Experimente und Handlungen sind häufig genutzte Formen der Darstellung im experimentellen Unterricht. Dadurch wird Sprache im wahrsten Sinne des Wortes „anschaulich“, was Schülern das Verstehen erleichtert. Die gegenständliche Darstellung nutzt die nonverbale Sprache. Sie ist für viele Schüler ein ausgezeichnetes Ausdrucks- und Darstellungsmittel und erleichtert das Verstehen.
- Die *bildliche Darstellung* bedient sich der Bildsprache. Die Darstellung oder Symbolisierung erfolgt in Fotos, Bildern, Filmleisten, Zeichnungen, Piktogrammen.
- Auf der *sprachlichen Ebene* sind Texte eine bevorzugte Darstellungsform. Aber auch sprachlich und grafisch orientierte Darstellungen wie Mind-Maps und Gliederungen gehören dieser Ebene an, wenn sie viele sprachliche Anteile enthalten. Nicht nur der geschriebene Text, sondern auch das gesprochene Wort gehört auf diese Ebene. Die dabei verwendete Verbalsprache bestimmt das Sprachniveau. Sachverhalte können in der Alltagssprache oder in der Fachsprache formuliert sein. Darüber hinaus bietet sich unter didaktischen und methodischen Gesichtspunkten die Unterrichtssprache als methodische Zwischensprache an.
- Die *symbolische Darstellung* nutzt Formen (Symbolisierungsformen) wie: Strukturdiagramm, Flussdiagramm, Graf, Tabelle, usw.. Der Umgang mit der Symbolsprache verlangt vom Lerner ein höheres Abstraktionsvermögen. Dementsprechend bedarf es einer beachtlichen Methodenkompetenz. Bei fremdsprachigen Lernern erweist sich die symbolische Darstellung bei entsprechender Übung als eine ausgezeichnete Methode, Sprachprobleme aufzufangen, zu entschärfen oder zu umgehen.
- Die bekanntermaßen abstrakteste Symbolisierung eines Sachverhaltes findet auf der *mathematischen Ebene* durch die Darstellung mittels mathematischer Terme statt. Für viele Lerner stellt diese mathematische Sprache eine besondere Hürde dar.

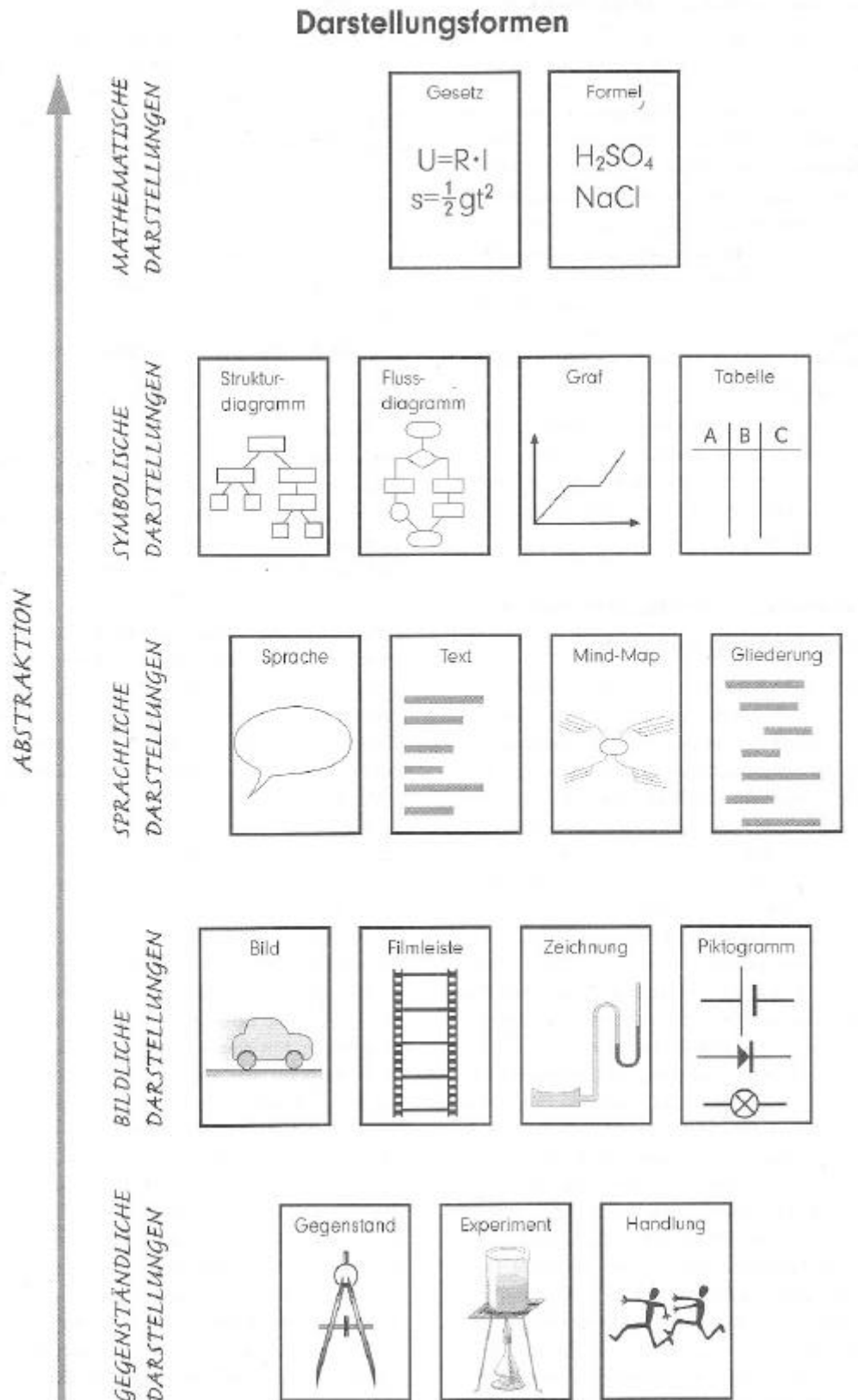


Abb. Darstellungsebenen und Darstellungsformen (vgl. [10], S. 19)

Viele Gründe sprechen für den vielfältigen Einsatz verschiedener Darstellungsformen:

- *Fachliche Gründe:* Es handelt sich um eine den Sachverhalten angemessene Darstellung.
- *Didaktische Gründe:* Ein Sachverhalt wird leichter und besser verstanden, wenn er von verschiedenen Formen der Darstellung heraus angegangen wird.

- *Methodische Gründe*: Ein Wechsel der Darstellungsformen bringt methodische Vielfalt in den Unterricht
- *Lernpsychologische Gründe*: Es werden mehrere Wahrnehmungskanäle benutzt und die verschiedenen Darstellungsformen sprechen die unterschiedlichen Lernertypen an.
- *Pädagogische Gründe*: Die Nutzung unterschiedlicher Darstellungsformen erlaubt eine innere Differenzierung und lässt eine arbeitsteilige Bearbeitung in Gruppen zu.

Die Möglichkeit, einen Sachverhalt verschiedenartig darzustellen, birgt ein großes didaktisches Potential und eröffnet viele unterrichtliche Möglichkeiten, insbesondere beim Üben und Festigen. Wenn z.B. ein Experiment als Bildfolge in Form einer Filmleiste vorliegt, so ist es im Rahmen einer Hausaufgabe eine sinnvolle Übung und Vertiefung, zu dieser einen Text zu formulieren und als kleines Referat vorzubereiten. Im Folgenden wird aus jedem Fach ein Beispiel gezeigt.

Beispiel Biologie: Dialog ↴ Diagramm

Das Verbalisieren und Kommunizieren von Sachverhalten muss geübt und gefestigt werden. Im nachfolgenden Dialog wird das Vorwissen aus dem Unterricht noch einmal dargestellt und sprachlich umgewälzt. Anschließend „übersetzen“ die Lernenden den Dialog in die Sprache des Diagramms.

Wasser und Sauerstoff - Fische sterben im Teich

Aufgaben

1. Was ist falsch an dem Text im Biologiebuch? Korrigiert die Aussage!
2. Beschreibt die Situation mit dem Diagramm!

Dialog

A: Na, wie war das Wochenende? Ihr wolltet doch angeln, stimmt's?

B: *Ja, aber wir haben nichts gefangen, es gab mehr tote als lebende Fische im See!*

A: Wie kann so was passieren? Ist der See wieder mit Chemikalien vergiftet?

B: *Nein, unser Bio-Lehrer meint, die Hitze führt zu Sauerstoffmangel und dann ersticken sie. Im Biologiebuch habe ich nachgesehen, da steht: „Je nach Temperatur ändert sich der Sauerstoffgehalt des Wassers“ und bei hohen Wassertemperaturen kann der Sauerstoffgehalt so klein sein, dass die Fische sterben.*

A: Das ist aber komisch! In Chemie haben wir erst letzte Woche gelernt, dass das Massenverhältnis Sauerstoff zu Wasserstoff im Wasser immer gleich ist! Das kann doch nicht von der Temperatur abhängen!

B: *Stimmt! Das war die Sache mit dem Gesetz der konstanten Proportionen!*

A: Ja, das Massenverhältnis Wasserstoff : Sauerstoff in der Verbindung beträgt immer 1:8.

B: *Genau, und mit der bekannten Formel von Wasser konnten wir sogar das Massenverhältnis der Wasserstoff- und Sauerstoffatome berechnen.*

A: Ok, aber dann ist der Satz im Bio-Buch falsch oder sehr ungenau? Was meinst Du?

B: *Fest steht, die Fische nehmen auf jeden Fall Sauerstoff über die Kiemen auf.*

A: Aber in welcher Form? Können es Sauerstoffatome sein?

B: *Also einzelne Sauerstoffatome sind es sicher nicht!*

A: Wieso nicht? Das Element Sauerstoff besteht doch aus Sauerstoffatomen!

B: *Überleg doch mal, Sauerstoff ist doch kein Edelgas!*

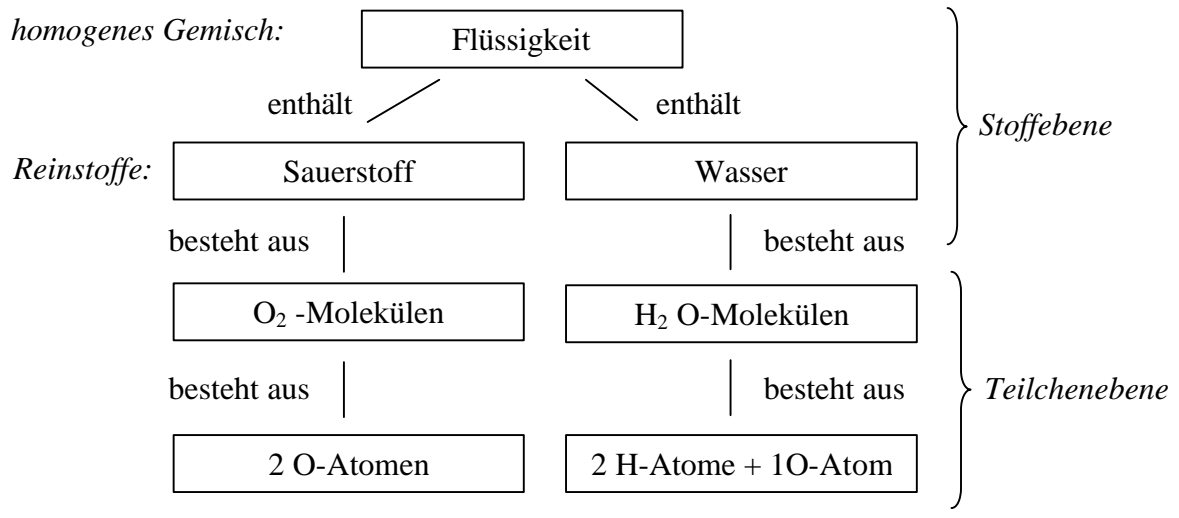
A: Ach ja! Jetzt fällt's mir wieder ein, nur Edelgase treten einatomig auf.

B: *Ich denke, die Fische nehmen den Sauerstoff in Form von Sauerstoffmolekülen auf.*

A: Ja, aber dann ist der Satz im Biologiebuch aus chemischer Sicht sehr ungenau ...

Diagramm

homogenes Gemisch:



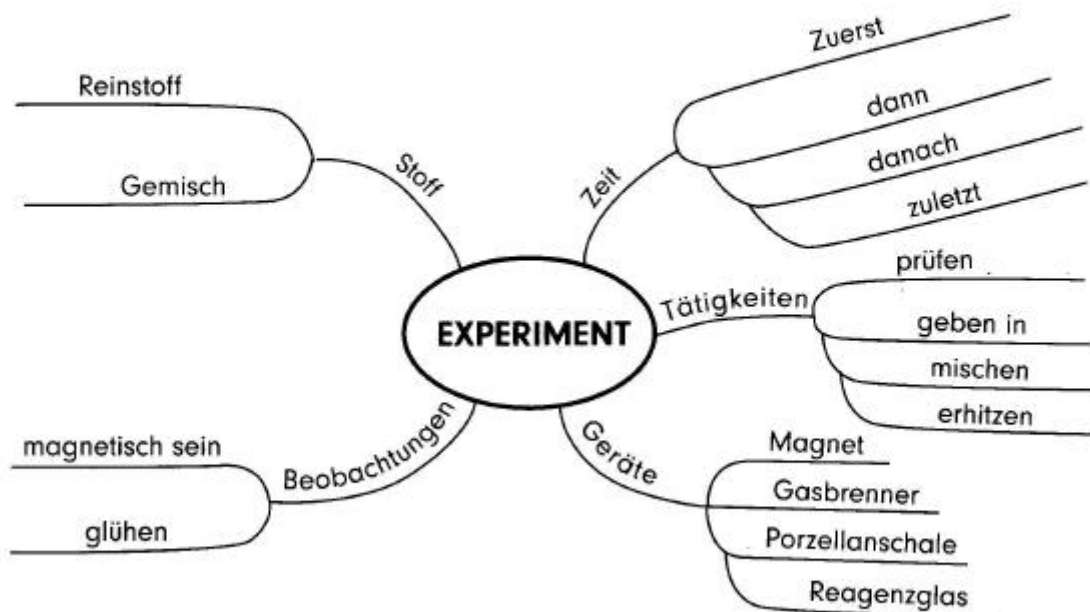
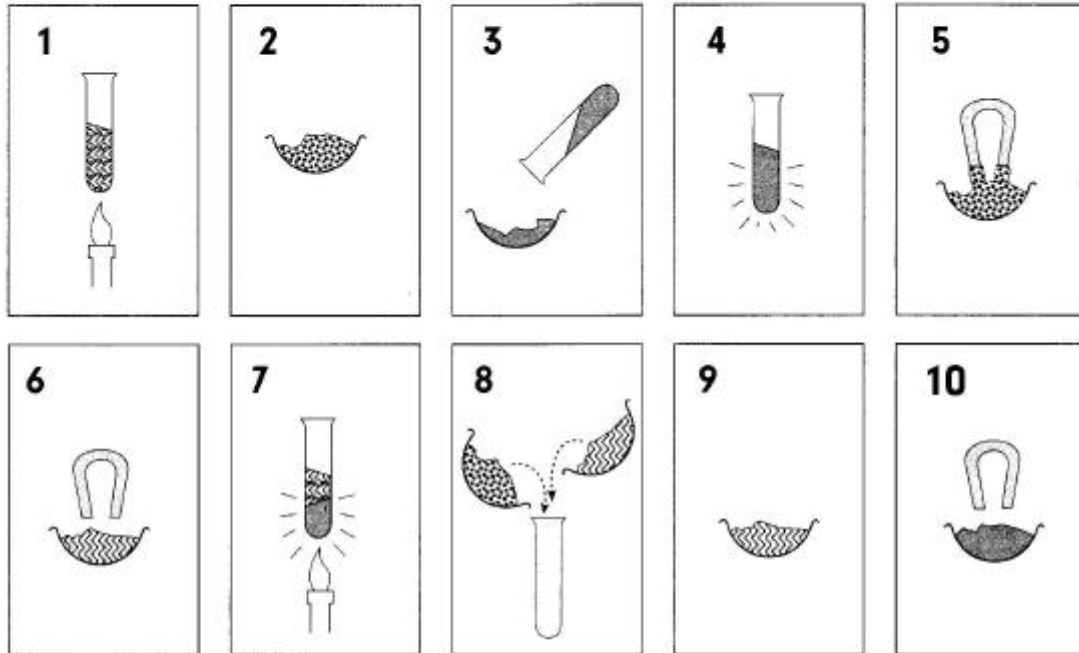
Beispiel Chemie: Bilder und Mindmap ↴ Text

Textproduktionen in Form von Versuchsbeschreibungen fallen den Lernenden bekanntlich schwer und müssen geübt werden. Im Sinne des Fremdsprachenlernens sind „preactivities“ - hier in Form einer Ordnung von Experimentierbildern – sinnvoll. Die geordnete Bildfolge wird anschließend unter Hilfestellung einer Mindmap in einem Text dargestellt.

Synthese von Eisensulfid

Aufgaben:

1. Ordne die Bilder sinnvoll.
2. Schreibe zu den Bildern einen passenden Text. Benutze die Mind-Map als Hilfe.



Lösung Aufgabe 1: 2, 9 / 5, 6 / 8 / 1 / 7 / 4 / 3 / 10

Beispiel Physik: Diagramm ↴ Tachometer ↴ Text ↴ Diagramm

Die „Übersetzung“ von Daten – hier aus einem Filmstreifen - in ein Diagramm und in einen Text stellen Standardsituationen des Physikunterrichts dar und müssen immer wieder geübt werden. In der nachfolgenden Übung werden drei verschiedene Darstellungsformen wechselseitig in einander überführt. Durch das unterschiedliche Anspruchsniveau des Übersetzungsweges kann die Übung binnendifferenziert gestaltet werden.

Diagramm → Tachometer → Text

Aufgabe:

Zeichne im Filmstreifen mit dem Diagramm für die Punkte 1-5 Zeiger und Kilometerzähler ein und schreibe einen Text.

Filmstreifen:

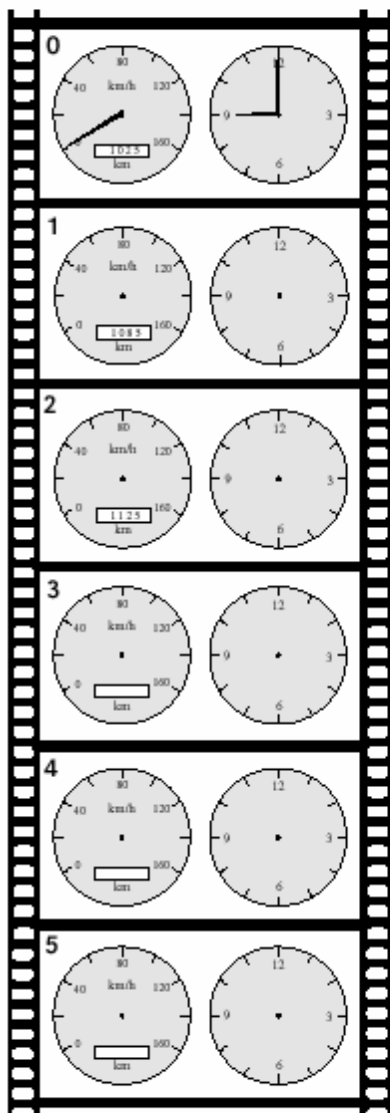
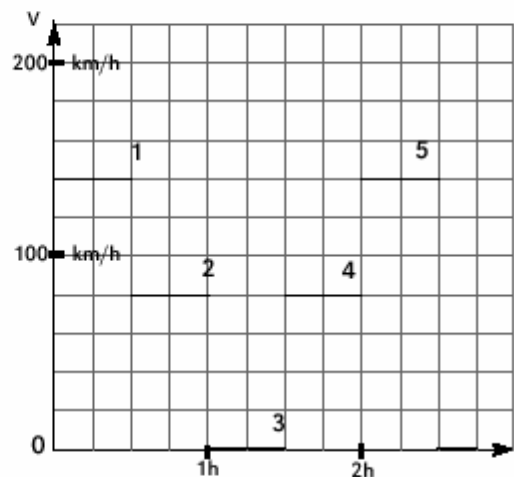


Diagramm:



Text:

Bild 0-1: *Das Auto startet um ...*

Bild 1-2:

Bild 2-3:

Bild 3-4:

Bild 4-5:

Text → Diagramm → Tachometer

Aufgabe:

Zeichne mit dem Text ein Diagramm und im Filmstreifen Zeiger und Kilometerzähler ein.

Filmstreifen:

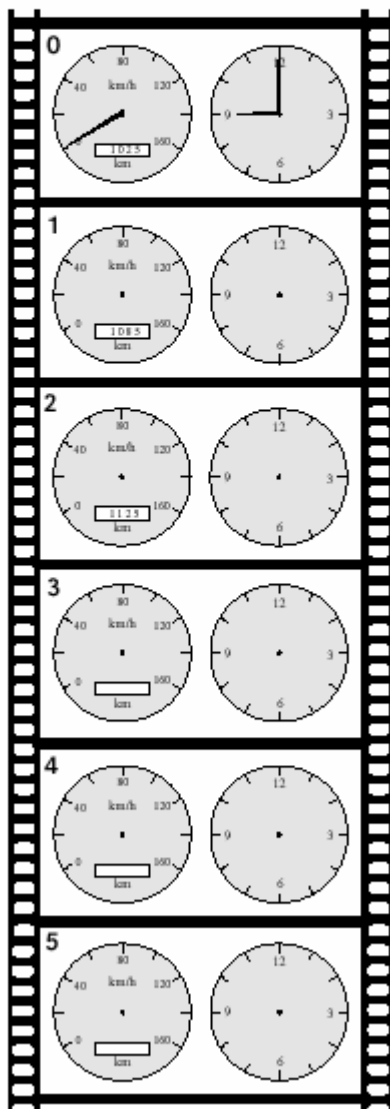
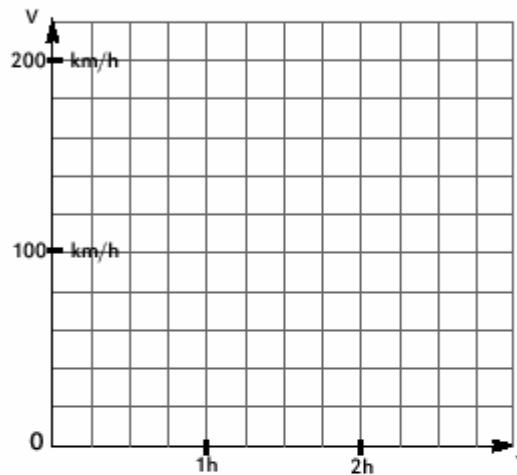


Diagramm:



Text:

Bild 0-1: Das Auto startet um 9 Uhr mit der Geschwindigkeit 120 km/h. Der Kilometerzähler zeigt 1025 km. Nach einer halben Stunde ist es 60 km gefahren.

Bild 1-2: Zwischen 9.30 Uhr und 10 Uhr fährt das Auto mit der Geschwindigkeit 80 km/h und legt die Strecke 40 km zurück.

Bild 2-3: Von 10 Uhr bis 10.30 Uhr fährt das Auto nicht.

Bild 3-4: Um 10.30 Uhr startet das Auto mit der Geschwindigkeit 80 km/h und fährt eine halbe Stunde lang. Der Kilometerzähler zeigt dann 1165 km.

Bild 4-5: Von 11 Uhr bis 12.30 Uhr fährt es mit der Geschwindigkeit 120 km/h und legt in der Zeit die Strecke 60 km zurück.

Tachometer → Text → Diagramm

Aufgabe:

Zeichne mit dem Filmstreifen ein Diagramm und schreibe einen Text.

Filmstreifen:

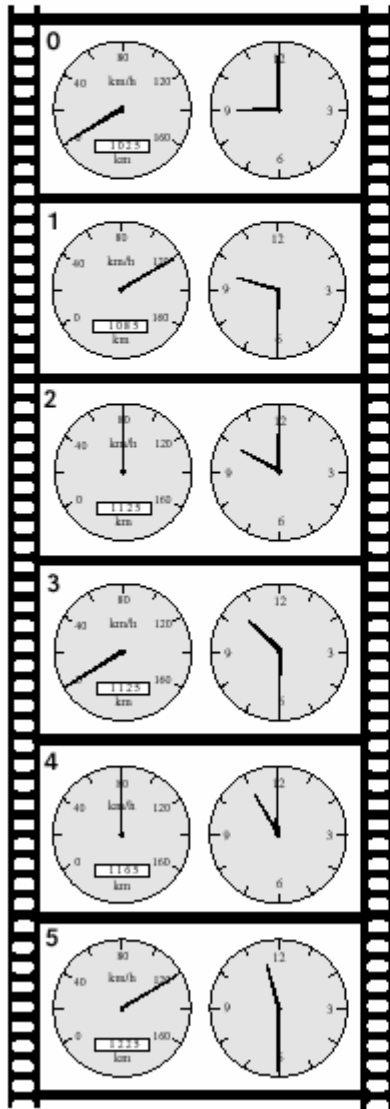
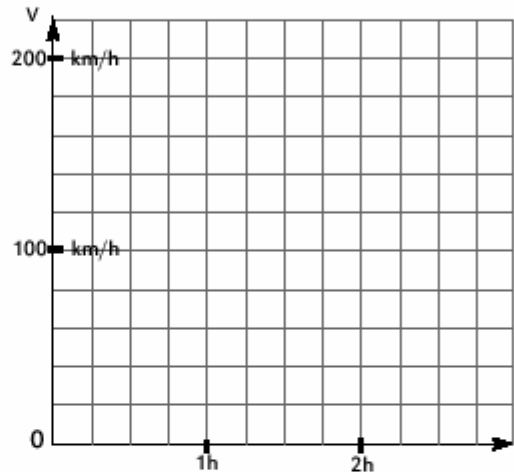


Diagramm:



Text:

Bild 0-1: *Das Auto startet um...*

Bild 1-2:

Bild 2-3:

Bild 3-4:

Bild 4-5:

Beispiel Mathematik: Dialog ↴ Szenische Darstellung

Beweisführungen sind für Lernende im Unterricht durch die Erläuterungen der Lehrperson durchaus noch nachvollziehbar, sind jedoch im Buch oder Tafelanschrieb so knapp und lückenhaft dargestellt, dass eine häusliche Nachbereitung oft kaum möglich ist. Der Dialog schließt diese Lücke und erhält den diskursiven Charakter des Mathematik-Treibens.

rrationalität von Zahlen

Aufgaben:

1. Spielt den Dialog in verteilten Rollen.
2. Schreibt einen Dialog für $x^2 = 3$.
3. Warum kann man keinen Dialog für $x^2 = 4$ schreiben?
4. Im Dialog muß der Bruch $\frac{p}{q}$ gekürzt sein. Findet ihr heraus, warum?

Pythagoras: Alle Zahlen sind rational. Die Lösung von $x^2 = 2$ ist ein Bruch.

Schüler: Nein! Es gibt keine rationale Zahl, deren Quadrat 2 ist.

Pythagoras: Was? Ihr wollt schlauer sein als ich, Pythagoras, der größte griechische Mathematiker?

Schüler: Ja! Du wirst dir selbst widersprechen! Du sagst, es gibt einen Bruch $\frac{p}{q}$ mit $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$

Pythagoras: Genau das behaupte ich.

Schüler: Bist du mit folgenden Umformungen einverstanden?

$$\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2 \Leftrightarrow \frac{p^2}{q^2} = 2 \Leftrightarrow p^2 = 2 \cdot q^2$$

Pythagoras: Klar, ich kenne doch die Potenzgesetze.

Schüler: Denke dir p^2 in Primfaktoren zerlegt. Hat p^2 „gerade viele“ oder „ungerade viele“ Primfaktoren?

Pythagoras: Ich überlege mir ein Beispiel.
 $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ hat drei Primfaktoren,
 $12^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ demnach 6 Primfaktoren.
Ja, eine Quadratzahl hat immer „gerade viele“ Primfaktoren.

Schüler: Du sagst, daß die Zahl der Primfaktoren von p^2 gerade ist. Hat $2 \cdot q^2$ „gerade viele“ oder „ungerade viele“ Primfaktoren?

Pythagoras: Ich überlege: q^2 hat gerade viele Primfaktoren. $2 \cdot q^2$ hat einen Primfaktor mehr, also ungerade viele.

Schüler: Wenn $p^2 = 2 \cdot q^2$ wäre, dann wäre die Zahl der Primfaktoren links gerade und rechts ungerade. Kann das sein?

Pythagoras: Nein, nein. Da habt ihr einen Rechenfehler gemacht.

Schüler: Wir finden keinen Rechenfehler. Suche selbst.

Pythagoras: Verflixt noch mal! Kein Rechenfehler! Das bedeutet, $p^2 = 2 \cdot q^2$ kann nicht sein.
Aber dann kann es keinen Bruch geben mit $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$
Da widerspreche ich mir ja selbst. Die Schüler von heute sind zu schlau.

Literatur

- [1] Markowitsch, Hans J.: Neuropsychologie des menschlichen Gedächtnisses. Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg, 9/1996, S. 52 – 61
- [2] Wolfgang Menzel. Lesen üben. Lehren und Lernen. Zeitschrift des Landesinstituts für Erziehung und Unterricht. 28. Jg., Nr. 1/2002. S. 7-14
- [3] Aebli, Hans: Zwölf Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett-Cotta 1985
- [4] Helmke, Andreas und Friedrich-Wilhelm Schrader: Lernt man in Asien anders? Empirische Untersuchungen zum studentischen Lernverhalten in Deutschland und Vietnam. In: Zeitschrift für Pädagogik 1(1999), 81-102
- [5] Bollnow, Otto-Friedrich: Vom Geist des Übens. Eine Rückbesinnung auf elementare didaktische Erfahrungen. Freiburg 1978
- [6] Roth, Gerhard: Mehr Motivation – Wege aus der Sackgasse. Vortrag in SWR2-Aula am 13.8.2006. (<http://www.swr.de/swr2/sendungen/wissen-aula/archiv/2006/08/13/index.html>, Zugriff: 13.08.2006, 09:07)
- [7] Trautwein, Ulrich: Die beste Hilfe ist gar keine Hilfe. Die Zeit Nr. 43 vom 20.10.2005, S. 42
- [8] Meyer, Hilbert: Was ist guter Unterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor 2004
- [9] Paradies, Liane und Hans Jürgen Linser: Üben, Wiederholen, Festigen. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor 2003
- [10] Leisen, Josef (Hrsg.): Methoden-Handbuch Deutschsprachiger Fachunterricht (DFU). Bonn: Varus 2004

Gütekriterien für effektives Üben ¹

Subjektive Bedeutsamkeit des Übungsgegenstandes für den Schüler

Wenn der Gegenstand oder das Thema einer Übung für den Schüler subjektiv wichtig ist, dann wird der Erfolg des Übens erhöht. Nicht nur die Lehrer, sondern auch die Schüler merken sich die Informationen besser, die sie interessieren. Wir haben die Erfahrung gemacht, dass sich derjenige Schüler, der seine Freizeit mit den Pfadfindern verbringt, alle Pflanzen- und Tiernamen schnell und umfassend merken kann. Die grammatikalischen Begriffe dagegen hat er auch nach mehreren Jahren noch nicht behalten - obwohl die Struktur der Lernleistungen sehr ähnlich ist.

Hoher Grad an Schüler-Selbsttätigkeit und Entwicklung von Selbstständigkeit

Die Erziehung der Schüler zur Selbstständigkeit setzt voraus, dass sie im Unterricht die Möglichkeit haben, selbsttätig zu handeln, selber Lösungsschemata zu entwickeln, Modelle zu konstruieren, eigene Gesetzmäßigkeiten zu entwickeln etc. Ein hoher Grad an Selbsttätigkeit erhöht den Erfolg des Übens.

Sinnvoll strukturierte Sinn-, Sach- und Problemzusammenhänge der Informationen

Zusammenhangslose Informationen bleiben weniger lange im Gedächtnis haften als sinnvoll strukturierte. Der Erfolg beim Üben wird immer dann größer, wenn zum Beispiel Strukturierungshilfen beim Lesen eines Textes genutzt werden, wenn Rhythmen das Auswendiglernen eines Gedichtes unterstützen, wenn Signalwörter den Biologietext gliedern, wenn logische Verknüpfungen deutlich gemacht werden, wenn Bilder oder Eselsbrücken das Auswendiglernen unterstützen etc.

Logische Verknüpfungen mit älteren Wissensbeständen

"Ach ja, das habe ich schon mal im Deutschunterricht gehört - ich erinnere mich." Wenn Schüler dieses Aha-Erlebnis so oft wie eben möglich im Unterricht und beim Üben haben, dann kann man davon ausgehen, dass sie sich auch die neuen Informationen deutlich besser merken und behalten können.

Einführung ähnlicher Inhalte nicht parallel oder gleichzeitig

Die Ähnlichkeit neuer Informationen führt dazu, dass man sich weder an das eine noch an das andere erinnern kann. Der Erfolg des Übens ist also davon abhängig, dass zum Beispiel nicht in der ersten

¹ Paradies, Liane und Hans Jürgen Linser: Üben, Wiederholen, Festigen. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2003. S. 164

Stunde englische Vokabeln gepaukt werden und in der zweiten Stunde französische oder dass nicht gleichzeitig die Multiplikation und die Division von Brüchen eingeführt werden.

Mäßiges, aber regelmäßiges Üben

Der Übungserfolg wird nicht dadurch erhöht, dass sich der Schüler einen Tag vor der Klassenarbeit hinsetzt und den gesamten Unterrichtsstoff der Einheit wiederholt. Am nächsten Tag hat er einen großen Teil schon wieder vergessen. Erfolg versprechend ist der rechtzeitige Beginn des Übens, damit man Zeit hat, in regelmäßigen Intervallen (selbst gewählt) die Inhalte zu üben und sich einzuprägen.

Berücksichtigung unterschiedlicher Lerntypen durch differenzierte Arbeitstechniken, -materialien und -medien.

Einen vorgetragenen Text, der durch ein Bild oder einige Grafiken verdeutlicht wird, kann man sich viel besser merken als nur das gehörte Wort. Mancher liest sich den Sachtext auch selbst laut vor, weil ihm dann mehr davon in Erinnerung bleibt. Der größte Teil der Schüler übt dann am besten, wenn möglichst viele Sinne berücksichtigt werden. Daher ist es sinnvoll und hilfreich, im Unterricht und bei den Übungen die unterschiedlichen Lerntypen zu berücksichtigen und differenzierte Materialien und Medien einzusetzen.

Regelmäßige Reaktivierung und Anwendung des Gelernten

Was für den Fußballprofi oder den Konzertpianisten völlig klar ist nämlich dass er seinen Beruf nur dann ausüben kann, wenn er regelmäßig übt - muss auch den Schülern "in Fleisch und Blut" übergehen. Neues Wissen muss also immer wieder reaktiviert werden - nach zehn Minuten, nach einer Stunde, oder nach einem Tag, nach zwei Tagen, nach einer Woche usw., denn sonst ist es nach kurzer Zeit schon wieder in Vergessenheit geraten.

Das Üben der Schüler ist eine komplexe, in den gesamten Unterrichtsprozess eingebettete Tätigkeit. Deshalb ist keine einzige Übung denkbar, in der nicht immer mehrere der aufgelisteten Gesetzmäßigkeiten eine Rolle spielen dürften.